


การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 39
The 39th Electrical Engineering Conference (EECON-39)

วันที่ 2-4 พฤศจิกายน 2559 ณ โรงแรมเดอะริเจนท์ ซะอำบีช รีสอร์ท หัวหิน จ.เพชรบุรี

Home
Personal Information
Paper Submission
Paper Lists
Camera Ready Submission
Logout

Camera Ready Submission

Code	Title	Status	Camera Ready
0110	A Novel Approach to Attitude Determination by vector measurement and the Nonlinear Complementary Filter Topics : ระบบควบคุมและการวัดมุม (CT)	Accepted	 Last Updated : 9-09-2016 20:52:56 +0700 Update File

EECON-39 : The 39th Electrical Engineering Conferences
Phetchaburi, Thailand, November 2-4, 2016
Copyright ©2015-2016 EEAAT, All Rights Reserved ©Design Provided by EEAAT Team.



แนวทางใหม่ในการหาค่าการวางตัวโดยใช้ค่าการวัดแบบเวกเตอร์และตัวกรองคอมพลิเมนทารีแบบไม่เป็นเชิงเส้น

A Novel Approach to Attitude Determination by vector measurement and the Nonlinear Complementary Filter

กฤษฎา กันทะวงษ์¹ พีรวัฒน์ อาทิตยตั้ง² และ วีระชัย มลายเวช³

¹สาขาวิชาวิศวกรรมเมคคาทรอนิกส์ และบัณฑิตศึกษา สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร
²กลุ่มสาขาวิชาเทคโนโลยีวิศวกรรมไฟฟ้า คณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์ peerawat@vru.ac.th
³ภาควิชาวิศวกรรมระบบวัดและเมคคาทรอนิกส์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร veeracha@mut.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอวิธีการใหม่ในการประมาณค่าการวางตัวโดยใช้ไอเอ็มยูราคาถูก อัลกอริทึมของการรวมค่าจากเซ็นเซอร์ได้รวมตัวกรองแบบไตรแอดและมาโฮนีเข้าด้วยกัน ที่ซึ่งรู้จักกันดีว่าเป็นการใช้ค่าการวัดแบบเวกเตอร์และเป็นตัวกรองแบบคอมพลิเมนทารีแบบไม่เป็นเชิงเส้นตามลำดับ ความง่ายและการคำนวณที่เร็วของไตรแอดถูกใช้เพื่อช่วยเริ่มต้นการทำงานของตัวกรอง ข้อดีของไตรแอดที่ไวต่อสัญญาณรบกวนสามารถปรับปรุงได้โดยเพิ่มข้อมูลจากไจโรร่วมกับค่าความเร่งและสนามแม่เหล็กที่มิในตอนแรก เพื่อทำการประมาณค่าการเคลื่อนที่ด้วยตัวกรองมาโฮนี ผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าวิธีการที่นำเสนอให้ผลที่ดีกว่าตัวกรองไตรแอดและมาโฮนีแบบดั้งเดิม ทั้งด้านการประมาณค่า และตามค่าของการเคลื่อนที่แบบสตาติกและแบบไดนามิก

คำสำคัญ: การประมาณค่าการวางตัวและควบคุม ไอเอ็มยู

Abstract

This paper proposed a new approach to estimation of the attitude using low cost IMU (Inertial Measurement Unit). The sensor fusion algorithm is based on the combination of TRIAD and Mahony filter which are known as vector measurement and nonlinear complementary filter, respectively. The simple and fast tracking of TRIAD is used to be initial phase of filter. The lag of TRIAD in the sensitivity to noise and disturbance can be improved by add the gyroscope data, fused together with the primary magnetic field and accelerometer to perform the estimation of orientation using Mahony filter. The experimental shown that the proposed method outperforms than the original TRIAD and Mahony Filter on both estimate and tracking for static and dynamic movement.

Keywords: Attitude estimation and Control, IMU

1. บทนำ

การหาค่าการวางตัวและการควบคุม (Attitude Determination and Control, ADC) เป็นส่วนประกอบสำคัญอย่างหนึ่งที่ทำให้ อากาศ-อวกาศยาน (aero-space vehicle) สามารถสื่อสารกับสถานีภาคพื้นดินหรืออากาศยาน (aero-space vehicle) สามารถสื่อสารกับสถานีภาคพื้นดินหรืออากาศยาน วัตถุที่อยู่บนพื้นโลกในตำแหน่งต่างๆ ได้อย่างถูกต้องแม่นยำ โดยเป็นการควบคุมมุมการวางตัวของวัตถุเมื่อเทียบกับกรอบพิกัดอ้างอิงเริ่มต้นใดๆ ที่กำหนด (Inertial frame of reference) และซึ่งบางครั้งก็เพื่อรักษาแนวการทรง

ตัวให้อยู่ ณ ตำแหน่งสมดุล การควบคุมจะมีประสิทธิภาพได้ผลดีตามที่ต้องการนั้น การวัดค่ามุมเพื่อป้อนกลับไปในระบบการควบคุมก็จะต้องมี ความถูกต้องแม่นยำ ในบทความนี้จะสนใจเฉพาะส่วนของการวัดเพื่อ ประมาณค่า (Estimate) การวางตัว ตัวรับรู้ (Sensor) ที่ใช้วัดและรายงานค่า ความเร่ง (Acceleration) 3 แกน ความเร็ว (Angular rate) หรือที่เรียกว่าไจโร 3 แกน และสนามแม่เหล็กโลก (Earth magnetic field) 3 แกน รวมอยู่ใน โมดูลหน่วยการวัดค่าเริ่มต้น ที่เรียกว่า ไอเอ็มยู (IMU: Inertial Measurement Unit) ดังนั้นการประมาณค่ามุมการวางตัวโดยการรวม (Fusion) เอาต์พุตจาก เซ็นเซอร์ต่างชนิดกันเพื่อตีความออกมาเป็นค่ามุมถือว่าเป็นปัญหาที่ท้าทาย อย่างยิ่ง ตัวกรองคาลมาน (Kalman filter) เป็นตัวกรองมาตรฐานที่ทำงานได้ ดีมีเสถียรภาพ แต่ก็มีข้อเสียตรงที่ต้องใช้ทรัพยากรในการคำนวณมาก ทั้งใน เรื่องของพลังงานไฟฟ้าและความเร็วของตัวประมวลผล เนื่องจาก กณิตศาสตร์ของตัวกรองคาลมานเอง แต่ในงานเฉพาะทางบางประเภทมี ข้อจำกัดในเรื่องดังกล่าว เช่น ยูเอวีขนาดเล็ก (micro UAV) ดาวเทียมทรง ลูกบาศก์ (cube satellite) ที่มีขนาดเพียง 10 cm × 10 cm × 10 cm เป็นต้น ซึ่ง การที่มีตัวกรองแบบอื่นที่สามารถทำงานได้ดีเหมือนกับตัวกรองคาลมาน แต่ ใช้ทรัพยากรน้อยกว่าก็เป็นสิ่งหนึ่งที่กำลังเป็นที่ศึกษา วิจัยและพัฒนา โดย ใน [1] ได้นำเสนอการสร้างและทดสอบตัวกรองคอมพลิเมนทารีแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Complementary Filter) หรือที่เรียกว่า ตัวกรองมาโฮนี ที่คิดค้นโดย [2] เปรียบเทียบผลกับตัวกรองไตรแอด (TRIAD) [3] ผลลัพธ์สุดท้ายแสดงให้เห็นว่าวิธีการที่นำเสนอมีผลตอบสนองในการคำนวณค่าที่ใกล้เคียงกับไตรแอด แต่ทนต่อสัญญาณรบกวนและมีความแม่นยำกว่า

บทความวิจัยนี้จะพัฒนาต่อยอดจากงานวิจัยใน [1] ซึ่งมีความยุ่งยากในการปรับแต่งค่าอัตราขยายของตัวกรองมาโฮนีเพื่อให้ได้ผลตอบสนองที่ ดีกว่าไตรแอด ซึ่งบางครั้งถ้าปรับแต่งค่าอัตราขยายไม่ดีพอ ก็อาจจะทำให้ ได้ผลตอบสนองที่แย่กว่าไตรแอด (ที่ใช้ทรัพยากรน้อยกว่า) โดยนำเสนอตัว กรองแนวใหม่ที่รวม ไตรแอดและตัวกรองมาโฮนีเข้าด้วยกัน ในหัวข้อที่ 2 ต่อจากนี้จะกล่าวถึงส่วนประกอบต่างๆของระบบ หัวข้อที่ 3 จะกล่าวถึง ผลลัพธ์และการวิเคราะห์ผล และหัวข้อที่ 4 กล่าวถึงบทสรุป

2. ส่วนประกอบของระบบ

2.1 การอธิบายการวางตัว (Attitude Representations)

▪ มุมออยเลอร์: = โรล (Roll, ϕ) -พิทช์ (Pitch, θ) -ยอ (Yaw, ψ)

ใช้บอกว่าจะดูนั้นหันมุมเท่าใดกับแกนอ้างอิงหลัก X-Y-Z และยังถูกใช้เป็น

ชุดพหุนามตรีโกณมิติของเมทริกซ์การหมุน (Rotation matrix, R) เพื่อให้ใช้อธิบายการหมุนจากกรอบพิกัดหรือเฟรม a ไป b เป็นดังต่อไปนี้

$$R_b^a = R_{x,y,z}(\psi,\theta,\phi) = R_z(\psi) R_y(\theta) R_x(\phi) \quad (1)$$

ผลลัพธ์สุดท้ายของเมทริกซ์การหมุน เป็นดังนี้

$$R_{x,y,z}(\psi,\theta,\phi) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta c\phi & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi c\theta s\phi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta c\phi & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2)$$

เมื่อ $s(\cdot)$ และ $c(\cdot)$ เป็นตัวย่อของตรีโกณมิติไซน์ ($\sin(\cdot)$) และโคไซน์ ($\cos(\cdot)$) ตามลำดับ การอธิบายด้วยมุมของออยเลอร์เป็นสิ่งที่มนุษย์เข้าใจและคุ้นเคยมากที่สุด แต่จะมีปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (Singularity) ในการคำนวณ (ไม่สามารถคำนวณหาเมทริกซ์ผกผันได้) ในกรณีที่มีมุม θ มีขนาด $\pm(\pi/2)$

▪ **ควอดเทอร์เนียน**, $q := [\eta \ \varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z]^T$ เป็นวิธีการหนึ่งที่น่ามาใช้เพื่อหลีกเลี่ยงการเกิดซิงกูลาริตีดังกล่าวในการใช้มุมออยเลอร์ในการคำนวณ ประกอบด้วยพหุนามตรีโกณมิติสี่ตัวเพื่อใช้แสดงมุมการหมุน ตัวแรกเป็นจำนวนจริง $\eta := \cos(\theta/2)$ และอีกสามตัวที่เหลือเป็นส่วนของจินตภาพ (imaginary), $\varepsilon = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z]^T = \lambda \sin(\theta/2)$ โดยที่ $\lambda = [\lambda_x \ \lambda_y \ \lambda_z]^T$ คือ โยแกนเวกเตอร์ (Eigenvector) หนึ่งหน่วยใดๆ ในการใช้งานควอดเทอร์เนียนต้องรักษาให้ควอดเทอร์เนียนมีค่าหนึ่งหน่วย ความเงื่อนไข $q^T q = \eta^2 + \varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 = 1$ ดังนั้นต้องทำการนอร์มอลไลซ์ (Normalized, $q_{normalized}$) จากขนาดหรือนอร์มของควอดเทอร์เนียน, $N(q)$ ดังนี้

$$N(q) = \sqrt{q^* q} = \sqrt{\eta^2 + \varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2} \quad (3)$$

$$q_{normalized} = \frac{q}{N(q)} \quad (4)$$

โดยที่ q^* คือคอนจูเกต (Conjugate) ของ q ; $q^* = [\eta \ -\varepsilon_x \ -\varepsilon_y \ -\varepsilon_z]^T$

การคำนวณค่าการวางตัวในบทความนี้ใช้ควอดเทอร์เนียนและแสดงผลโดยใช้มุมออยเลอร์

2.2 อัลกอริทึมการหาค่าการวางตัว (Attitude Determination Algorithm)

▪ **ไตรแอด (TRIAD)** นำเสนอเป็นครั้งแรกโดย ฮาโรลด์ แบล็ค (Harold Black) ในปี พ.ศ. 2507 [3] เป็นที่นิยมใช้ในการประมาณค่าการวางตัวของดาวเทียม เนื่องจากมีความง่าย สามารถประมาณค่าการวางตัวโดยสร้างเมทริกซ์การหมุนโดยตรงจากค่าเอาต์พุตการวัดของเซ็นเซอร์เพียงสองชนิดในรูปแบบของเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์ที่ตั้งฉากกัน (Orthogonal) ในที่นี้เลือกใช้ค่าจากเซ็นเซอร์วัดความเร็ว และสนามแม่เหล็กโลก ที่อยู่ในชุดโมดูล ไอเอ็มยูเดียวกัน

$$[a^b : m^b : (a^b \times m^b)] = R_b^a [a^a : m^a : (a^a \times m^a)]$$

เมื่อ a^b, m^b คือ ค่าความเร็วและสนามแม่เหล็กโลกบนกรอบพิกัด ตัว

a^a, m^a คือ ค่าความเร็วและสนามแม่เหล็กโลกบนกรอบพิกัดเน็ด (NED, North-East-Down)

▪ **ตัวกรองคอมพลีเมนทารีแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Complementary Filter)** หรืออาจเรียกว่าตัวกรองมาโฮนี่ (Mahony Filter) นำเสนอครั้งแรกโดย มาโฮนี่ ฮามเอล (Hamel) และพฟิลิมลิน (Pflimlin) ในปี พ.ศ. 2551 ซึ่งโดยหลักการแล้ววิธีนี้สามารถประยุกต์ใช้กับไอเอ็มยูราคาถูกลงเพื่อประมาณค่าการวางตัวได้เป็นอย่างดี โดยปกติแล้วจะใช้กับอากาศยานขนาดเล็ก และเป็นอัลกอริทึมหนึ่งในปัจจุบันที่กำลังได้รับการพิสูจน์และทดสอบ

$$\dot{\omega}_{mcs}^b = -vex\left(\sum_{i=1}^n \frac{k_i}{2} (\hat{v}_i^b (\hat{v}_i^b)^T - \hat{v}_i^b (\hat{v}_i^b)^T)\right) \quad (5)$$

$$\dot{\hat{b}}_{mcs}^b = -\frac{1}{2} K_p \omega_{mcs}^b \quad (6)$$

$$\dot{\hat{q}} = T_q(\hat{q}) [\omega_{mcs}^b - \hat{b}_{mcs}^b + K_i \omega_{mcs}^b] \quad (7)$$

เมื่อ $vex(\cdot)$ เป็นตัวดำเนินการผกผันของการคูณเวกเตอร์ (Inverse cross-product operator) โดยที่ $vex(S(a)) = a$

• \hat{v}_i^b คือ ค่าจากเซ็นเซอร์ เมื่อ $i = 1, 2$ ในที่นี้คือค่าของเซ็นเซอร์วัดความเร็วและสนามแม่เหล็ก ตามลำดับ

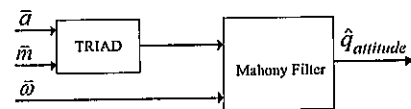
• \hat{v}_i^b คือ ค่าอ้างอิงโดยประมาณของเซ็นเซอร์วัดความเร็วและเซ็นเซอร์วัดสนามแม่เหล็กที่พหุคูณค่า เมื่อ $\hat{v}_1^b = R_{01}^b v_{01}^a$ และ $\hat{v}_2^b = R_{02}^b v_{02}^a$ โดยที่ $v_{01}^a = [0 \ 0 \ 1]^T, v_{02}^a = [1 \ 0 \ 0]^T$

• k_1, k_2, K_p และ K_i เป็นอัตราขยายของตัวสังเกตค่า (Observer gain)

• $T_q(\hat{q})$ เป็นการจัดรูปเพื่อแปลงค่าควอดเทอร์เนียน, \hat{q} ที่เป็นตัวประมาณไปเป็นค่าความเร็วเชิงมุม $\dot{\hat{q}}$

2.3 อัลกอริทึมของตัวกรองที่นำเสนอ

วิธีการประมาณค่าที่นำเสนอในงานวิจัยนี้เป็นการรวมตัวกรองไครแอต เข้ากับตัวกรองมาโฮนี่ ดังรูปที่ 1 ส่วนรูปที่ 2 เป็นบล็อกไดอะแกรมการสร้างตัวกรองแบบผสมนี้ โดยใช้ไอเอ็มยูรุ่น GY-86 และบอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์รุ่น STM32F4-Discovery



รูปที่ 1 ตัวประมาณค่าการวางตัวแนวใหม่ที่นำเสนอ

โดยการทำงานจะเริ่มจากการอินทิเกรต (Integrated) ค่า \hat{q} ที่อยู่ในกรอบพิกัดลำตัว เมื่อค่าเริ่มต้นเป็น $[1 \ 0 \ 0 \ 0]$ ค่า \hat{q} ที่ได้จากการอินทิเกรตจะแปลงเป็นเมทริกซ์การหมุนจากกรอบพิกัดลำตัวเป็นพิกัดเน็ดจากนั้นก็จะส่งค่าเข้าสู่ฟังก์ชัน $vex(\cdot)$ เพื่อทำการเปรียบเทียบค่าความเร็วและค่าสนามแม่เหล็กโลกที่วัดได้จาก ไอเอ็มยูกับค่าอ้างอิง จากนั้นจะได้ค่า ω_{mcs}^b

ซึ่งเป็นเสมือนเหมือนกับค่าความผิดพลาดของการประมาณค่า ซึ่งจะทำการปรับแต่งค่าด้วยอัตราขยาย (K_p) และนำไปลบออกโดยตรงจากค่าความเร็วเชิงมุมที่ได้จากไจโรสโคป (ω_{imu}^b) และยังนำไปอินทิเกรตเพื่อสร้างค่าประมาณไบแอสของไจโร (\hat{b}_{gyro}^b) และปรับแต่งค่าไบแอสนี้ด้วยอัตราขยาย ($-K_i$) ซึ่งโดยภาพรวมแล้ววิธีการที่ดังกล่าว ก็จะเสมือนเป็นการปรับแต่งค่าตัวควบคุมแบบพีไอสำหรับความผิดพลาดของการประมาณค่า และขั้นตอนสุดท้ายก็จะเป็นการคำนวณหาค่าประมาณของความเร็วแบบกวดเทอร์เนียน การหาค่าอัตราขยายที่เหมาะสมนั้น จริงๆ จะขึ้นอยู่กับระดับของความแปรปรวนของเซนเซอร์ที่ใช้ โดยที่ k_1 และ k_2 สะท้อนความน่าเชื่อถือของเซนเซอร์วัดความเร็วและสนามแม่เหล็กโลกตามลำดับ ในที่นี้ ได้ใช้วิธีการปรับแต่ง โดยดูผลจากการทดสอบจริง

ข้อสังเกตเกี่ยวกับเสถียรภาพของตัวกรอง งานวิจัย [2] ได้มีการพิสูจน์ให้เห็นแล้วว่าตัวกรองมาโฮนีนั้นมีเสถียรภาพ และในส่วนของโคเรลนั้นจะไม่ส่งผลกับเสถียรภาพเนื่องจากไม่ได้มีส่วนป้อนกลับใดๆ

3. ผลลัพธ์

การทดสอบประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าแบบผสมที่นำเสนอนี้ จะทำการเปรียบเทียบกับผลของตัวกรองมาโฮนีและโคเรลที่ได้เคยทดสอบมาแล้วใน [1] เมื่อทำการปรับค่าอัตราขยายต่างค่ากัน 2 แบบ โดยการทดสอบจะจัดตั้งไจโรเอ็มยูกับแขนกล แล้วทำการเคลื่อนที่แขนกลกลับไป-มา ผลการทำงานของระบบแสดงดังในรูปที่ 3 และรูปที่ 4

จากผลการประมาณค่าของตัวกรองในรูปที่ 3 จะพบว่า เมื่ออัตราขยาย $[k_1, k_2, k_3, k_p]$ มีค่าเท่ากับ $[1 - 0.2 \ 20]$ ตามลำดับ ตัวกรองแบบผสมที่นำเสนอ สามารถตามค่าการเคลื่อนที่ของแขนกลได้ดีเช่นเดียวกับตัวกรองแบบโคเรล แต่มีความถูกต้องแม่นยำกว่าในสถานะตอนที่แขนกลเริ่มเคลื่อนที่และหยุดการเคลื่อนที่ ส่วนผลจากตัวกรองมาโฮนีให้ผลการตามค่าที่แย่ที่สุด แต่สามารถปรับปรุงผลการประมาณค่าของตัวกรองมาโฮนีโดยการปรับแต่งค่าอัตราขยายใหม่ เป็น $[5 \ 0.1 - 0.2 \ 10]$ ดังแสดงในรูปที่ 4

ดังนั้นสรุปได้ว่า ถึงแม้การปรับแต่งค่าอัตราขยายของตัวกรองยังไม่ดีเท่าที่ควร แต่ตัวกรองแบบผสมที่นำเสนอก็ยังสามารถในการตามค่าที่ดีทั้งในสถานะที่การเคลื่อนที่มีการเปลี่ยนแปลงความเร็วสูงแบบทันทีทันใด หรือทั้งในสถานะปกติที่มีการเปลี่ยนแปลงความเร็วค่อนข้างคงที่

4. สรุป

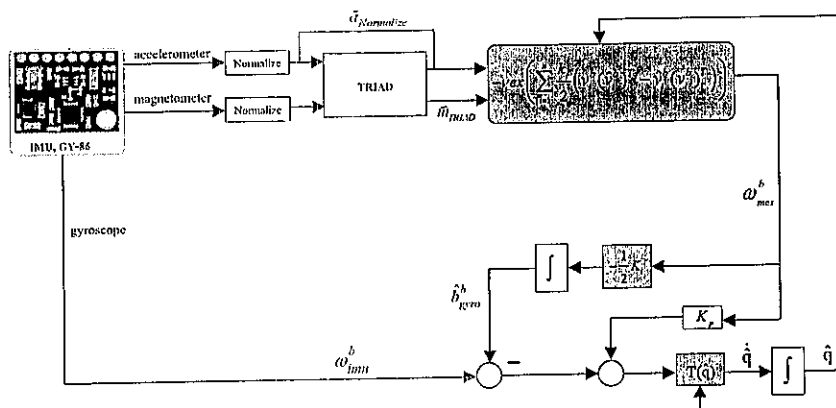
บทความวิจัยนี้นำเสนอตัวกรองแนวใหม่ ที่รวมข้อดีของตัวกรองโคเรลและตัวกรองมาโฮนีที่มีความสามารถในการตามค่าที่ดี และทนทานต่อสัญญาณรบกวน เพื่อใช้ในการประมาณค่าการวางตัวของวัตถุโดยใช้ไจโรเอ็มยูราคาถูก และทั้งนี้ตัวประมาณค่าที่นำเสนอทั้งหมดในบทความวิจัยนี้ ยังไม่ได้พิจารณาถึงไดนามิกของระบบ (system dynamic) แต่อย่างใด อาศัยเพียงแก้ค่าเอาต์พุตจากเซ็นเซอร์ ดังนั้นงานวิจัยในอนาคตอาจจะต้องทำการเปรียบเทียบผลกับตัวกรองคาลมาล หรือ คิวเอส (QUEST) ที่อาศัยไดนามิกของระบบในการประมาณค่า และรวมถึงศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการปรับแต่งค่าอัตราขยายของตัวกรองแบบอิตินอเมติ

5. กิตติกรรมประกาศ

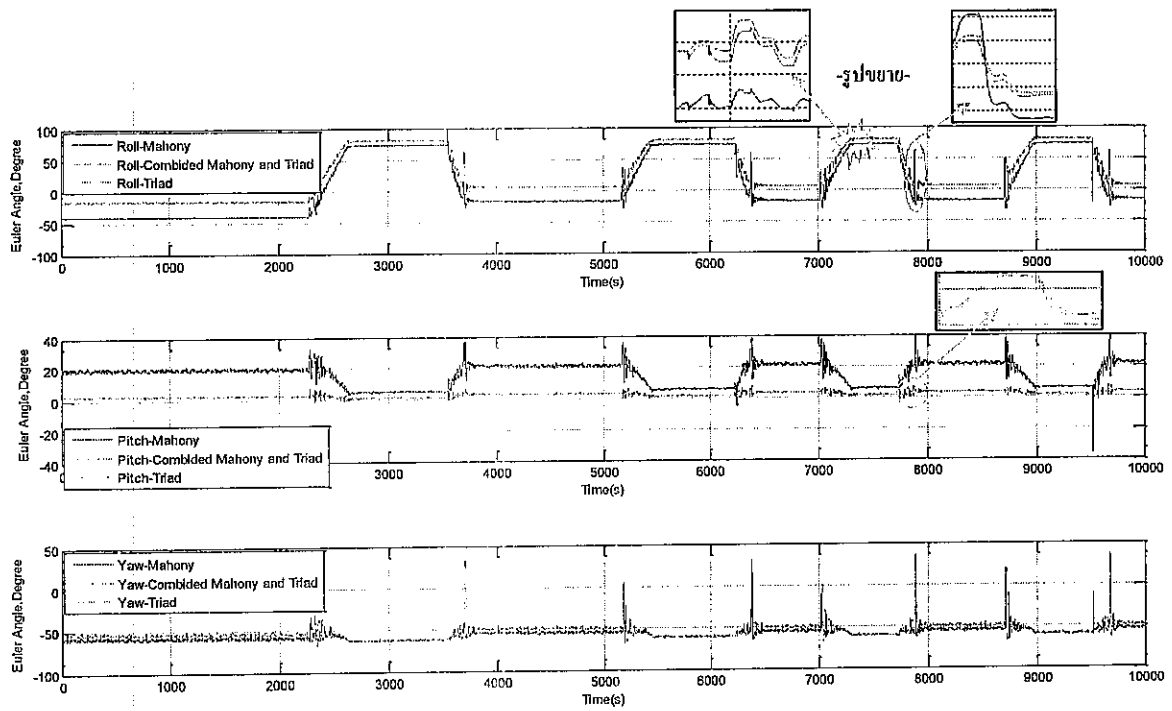
ขอขอบคุณสำนักงานพัฒนาเทคโนโลยีอวกาศและภูมิสารสนเทศ (GISTDA) ที่ให้อิโวกาศและทุนสนับสนุนการวิจัย

เอกสารอ้างอิง

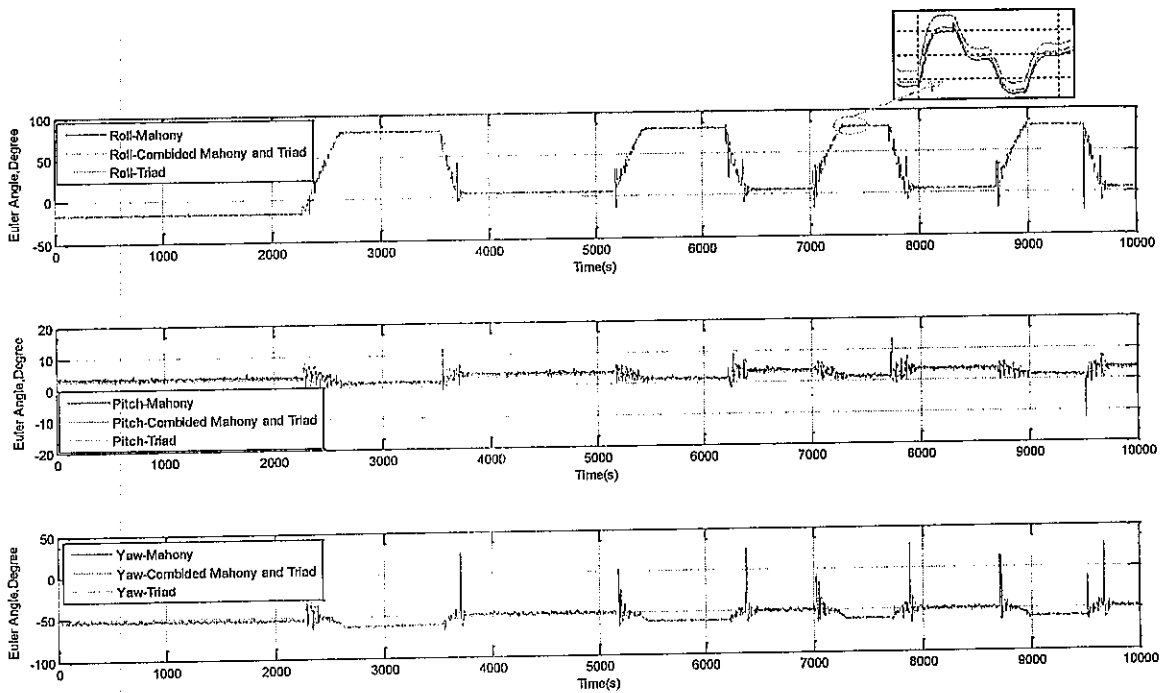
- [1] พีรวัฒน์ อาทิตยตั้ง และกษณะ, “ระบบการหาท่าการวางตัวอย่างง่ายโดยใช้ไจโรเอ็มยูราคาถูกและไมโครคอนโทรลเลอร์แบบ 32 บิต,” การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมไฟฟ้ามหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคล ครั้งที่ 8, กุเกิ้ล , 25-27 พฤษภาคม 2559, หน้า 1097 – 1100.
- [2] Mahony, R., Hamel, T. and Pflimlin, J.M., “Nonlinear complementary filters on the special orthogonal group”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 53, No. 5, pp. 1203–1218, June 2008.
- [3] Harold D. Black A Passive System for Determining the Attitude of a Satellite, AIAA Journal, 1964.



รูปที่ 2 บล็อกไดอะแกรมการสร้างตัวกรองแนวใหม่ที่นำเสนอ



รูปที่ 3 มุมการวางตัวรอบแกนโรล พิต และยอ เมื่ออัตราขยาย $[k, k, k, k_p]$ มีค่าเท่ากับ $[1 \ 1 \ 0.2 \ 20]$ ตามลำดับ



รูปที่ 4 มุมการวางตัวรอบแกนโรล พิต และยอ เมื่ออัตราขยาย $[k_1 \ k_2 \ k, k_p]$ มีค่าเท่ากับ $[5 \ 0.1 \ 0.2 \ 10]$ ตามลำดับ